

Analýza dispersních křivek Lambovy vlny

Analysis of Dispersion Curves of the Lamb's Wave

Ing. Jiří Dvořák¹

¹ Technická univerzita v Liberci, Fakulta strojní, katedra materiálu, Studentská 1402/2, 461 17 Liberec, Česká republika

Článek se zabývá analýzou dispersních křivek Lambovy ultrazvukové vlny, šířené v tělese tvaru tlusté desky zhotovené z uhlíkové oceli a z duralu. Účelem provedeného rozboru bylo stanovení, jaké konkrétní módy Lambovy vlny a při jakých frekvencích se mohou v definovaném vzorku materiálu vyskytovat. Dalším účelem práce bylo stanovení frekvencí, při nichž se jednotlivé symetrické a antisymetrické módy Lambovy vlny šířené v definovaných vzorcích začínají projevovat. Představená analýza dále umožňuje experimentální odlišení šířené Lambovy vlny od jiných typů ultrazvukových vln, a tím tedy významně napomáhá experimentálnímu výzkumu. Symetrické módy řádu S1, S2, S3 a S4 se projevují od frekvencí 100 kHz (105 kHz pro dural), 140 kHz, 260 kHz a 340 kHz (345 kHz pro dural). Antisymetrické módy řádu A1, A2, A3 a A4 se projevují od frekvencí 70 kHz, 190 kHz, 235 kHz (240 kHz pro dural) a 330 kHz (325 kHz pro dural). Módy S0 a A0 se projevují od počátku frekvenčního pásma.

Klíčová slova: dispersní křivky; Lambova vlna; frekvence; fázová rychlost; grupová rychlost

The article deals with an analysis of the Lamb's ultrasound wave dispersion curves propagated in the body in the shape of thick plate made of carbon steel and of duralumin. The purpose of the performed investigation is was to determine, which particular modes of the Lamb's wave can occur at certain frequencies in the defined samples of material. The symmetrical modes of the order of S1, S2, S3 and S4 are shown for the frequencies of 100 kHz (105 kHz for dural), 140 kHz, 260 kHz and 340 kHz (345 kHz for dural), respectively. Anti-symmetrical modes of the order of A1, A2, A3 and A4 are shown for the frequencies of 70 kHz, 190 kHz, 235 kHz (240 kHz for dural) and 330 kHz (325 kHz for dural), respectively. Modes S0 and A0 are shown from the beginning of the frequency band.

Key words: dispersion curves; Lamb's wave; frequency; phase velocity; group velocity

Dispersní křivky vyjadřují závislost fázové, případně grupové rychlosti šíření ultrazvukové vlny na frekvenci. V homogenním, izotropním, elastickém a bezdispersním prostředí obecně rychlost šíření vlny na frekvenci nezávisí a lze ji považovat za konstantní. Ovšem v dispersním prostředí vlna při svém postupu podléhá disperi a následně její rychlost šíření již závisí na frekvenci. Rychlost šíření vlny se obecně mění v závislosti na elastických vlastnostech materiálu (moduly pružnosti, Poissonova konstanta) a na měrné hmotnosti ρ . Dále se kromě rychlosti šíření mění též vlnová délka vlny. Jev disperse při postupu vlny dispersním prostředím je ovlivněn dalšími faktory, zejména anizotropií, nehomogenitou, polykrystalitou materiálu či anelasticitou. Pojem homogenní materiál se rozumí materiál s rovnoměrně rozloženou strukturou, včetně rovnoměrně a pravidelně rozmístěných jednotlivých strukturních složek ve struktuře, a to v celém svém objemu. Příkladem může být ocel po tváření za tepla a normalizačním žháním. Izotropní prostředí vykazuje v různých směrech stále hodnoty svých vlastností, které na daném směru nezávisí. Například zde platí, že v izotropním prostředí je rychlost šíření ultrazvukové vlny ve všech směrech shodná (v ideálním případě). V elastickém prostředí probíhají odezvy na vnější namáhání pouze v oblasti pružných deformací a

případné změny tvaru či objemu tělesa jsou vratné, nedochází k plastickému chování. V bezdispersním prostředí, například při šíření ultrazvukové vlny, nedochází při jejím postupu k rozkladu vlny a výsledkem je nezávislost rychlosti šíření na frekvenci. Za bezdispersní prostředí lze pokládat například struny. Fázová rychlost šíření je rychlost postupu libovolné fáze vlny. Grupová rychlost je rychlost postupu vlnového shluku, který vznikne interferencí určitého počtu vln. Při šíření ultrazvukové vlny reálným a dispersním prostředím se hodnoty fázové a grupové rychlosti vlivem výše uvedeného jevu vzájemně liší. Při výpočtu a stanovení průběhu dispersních křivek se materiál standardně považuje za homogenní, izotropní, a elastický s neohrazenými rozměry. Za těchto předpokladů jej lze pokládat za kontinuum. Dispersní křivky Lambovy vlny ukazují, jaké konkrétní módy této vlny a v jakých pásmech frekvencí se ve vzorku daného tvaru a rozměrů mohou vyskytovat. Lze z nich odečíst rychlost šíření jednotlivých módů pro konkrétní frekvenci. Tato informace může významně pomoci při detekci daného typu ultrazvukové vlny od jiných typů vln. Představují tedy teoretický podklad pro následný experimentální výzkum ultrazvukových vln.

1. Lambova vlna

Lambova neboli desková vlna se typicky vyskytuje a šíří v tenkých deskovitých tělesech, jejichž tloušťka je srovnatelná s vlnovou délkou vlny pro příslušnou frekvenci. Může se ale šířit i v deskách o tloušťce přesahující jednu vlnovou délku. Zde je pak počet případných módů vlny vyšší. Rozlišují se dva typy Lambovy vlny, a to symetrická (dilatační) a antisymetrická (ohybová). Při postupu symetrické Lambovy vlny kmitají částice prostředí na neutrální ose vzorku podélným pohybem, na povrchu pak opisují eliptickou trajektorii. Při přenosu antisymetrické

Lambovy vlny kmitají částice prostředí na neutrální ose příčným pohybem, na povrchu opět po eliptické trajektorii. Pohyb částic prostředí při přenosu vlny vyvoluje v materiálu vznik napětí a elastických deformací. Tyto elastické deformace lze na povrchu materiálu detekovat například snímači akustické emise, které pomocí piezoelektrického jevu transformují zmíněné deformace na elektrické napětí. Velikost vyvolaného napětí odpovídá velikosti mechanické odezvy šířené vlny. Princip obou typů Lambovy vlny názorně vykládají obr. 1 a 2. Vlna v obou obrázcích postupuje materiálem směrem zleva doprava a šíří se celým průřezem vzorku.



Obr. 1 Symetrická Lambova vlna
Fig. 1 Symmetrical Lamb wave



Obr. 2 Antisymetrická Lambova vlna
Fig. 2 Anti-symmetrical Lamb wave

2. Analýza dispersních křivek

Analýza dispersních křivek se zaměřuje na symetrické a antisymetrické módy Lambovy vlny prvních pěti řádů, které jsou prakticky nejvýznamnější. Výpočet byl proveden v pásmu frekvencí do 400 kHz. Platí pro konstrukční uhlíkovou ocel ČSN 11 523.0 (po tváření za tepla) a dural AlCu4Mg ve vytvrzeném stavu. Rozměry

vzorků a potřebné vlastnosti materiálu vzorků udává tab. 1. Desky mají šířku 50 mm, polotloušťku 25 mm a délku 350 mm. Polotloušťka se uvažuje od souřadnicového systému umístěného do střednice tloušťky desky.

Tab. 1 Vlastnosti vzorků materiálu

Tab. 1 Properties of the samples material

Parametr	Jednotka	Zkušební materiál	
		ocel ČSN 11 523.0	dural AlCu4Mg
Polotloušťka vzorku h	mm	25	25
Měrná hmotnost ρ	kg·m ⁻³	7 850	2 700
Youngův modul pružnosti v tahu E	GPa	210	72
Youngův modul pružnosti ve smyku G	GPa	80,8	27,5
Poissonova konstanta ν	-	0,30	0,34

Průběh dispersních křivek pro symetrické Lambovy módy popisuje následující vztah:

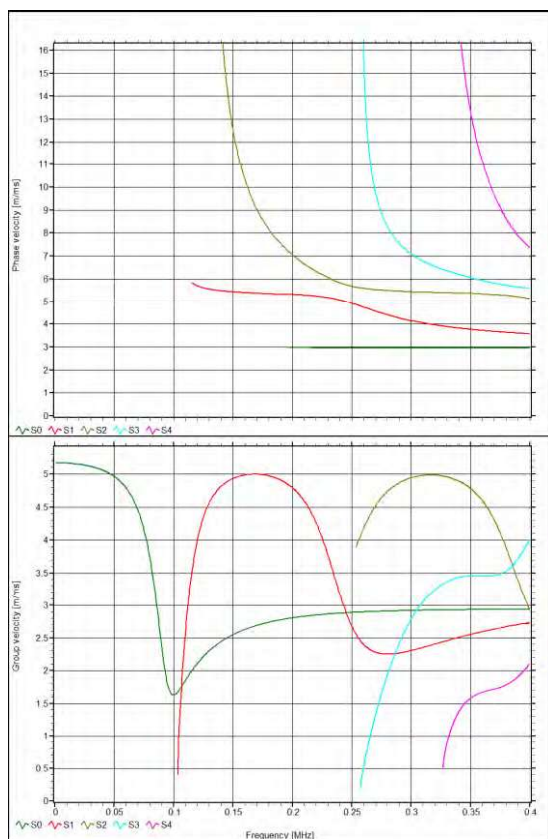
$$\frac{\tan(\beta h)}{\tan(\alpha h)} = -\frac{4\alpha\beta k^2}{(k^2 - \beta^2)^2} \quad (1)$$

Průběh křivek pro antisymetrické Lambovy módy popisuje vztah:

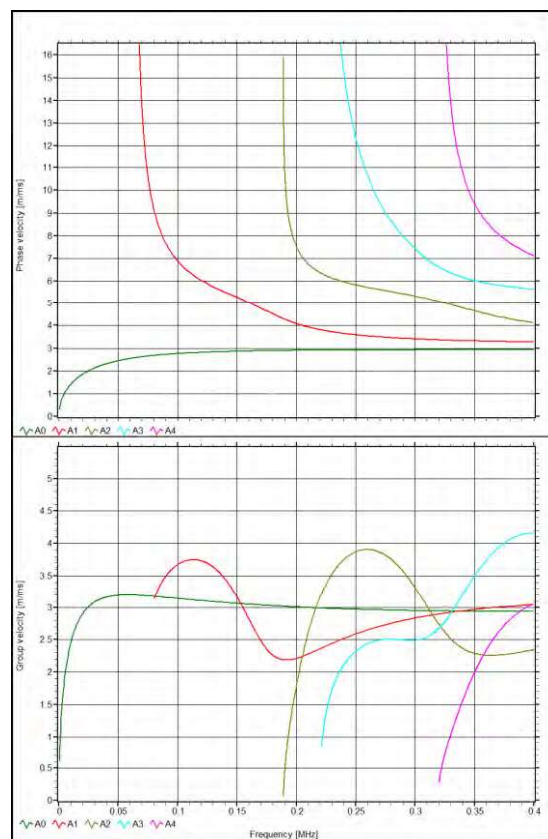
$$\frac{\tan(\beta h)}{\tan(\alpha h)} = -\frac{4\alpha\beta k^2}{(k^2 - \beta^2)^2} \quad (2)$$

$$\text{kde: } \alpha^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2, \quad \beta^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2 \quad (3)$$

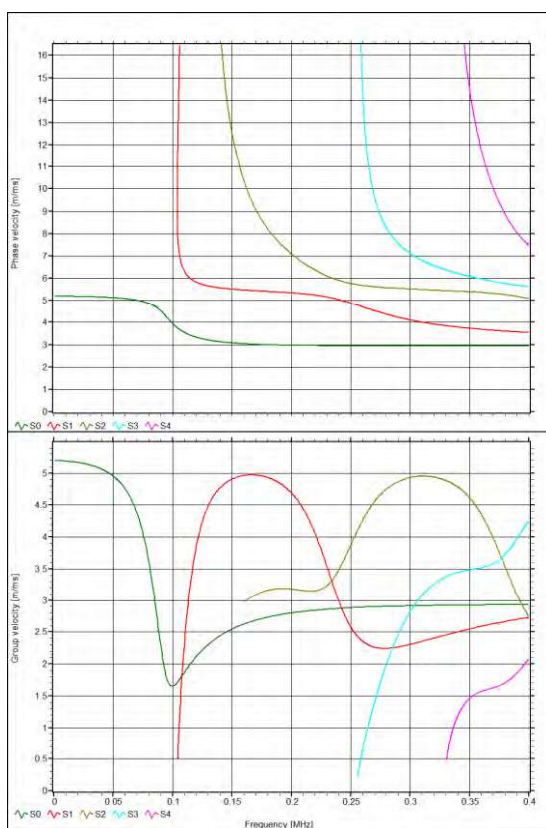
V rovnici (3) je c_L fázová rychlost šíření podélné vlny [ms⁻¹], c_T fázová rychlost šíření příčné vlny [ms⁻¹], ω úhlová frekvence [rad.s⁻¹], k vlnové číslo [rad.m⁻¹], h polotloušťka desky [mm]. Členy α a β v rov. (1) a (2) vyjadřují vzájemný vztah mezi úhlovou frekvencí a vlnovým číslem, jak ukazuje vztah (3). Vztahy (1) až (3) byly převzaty z [3].



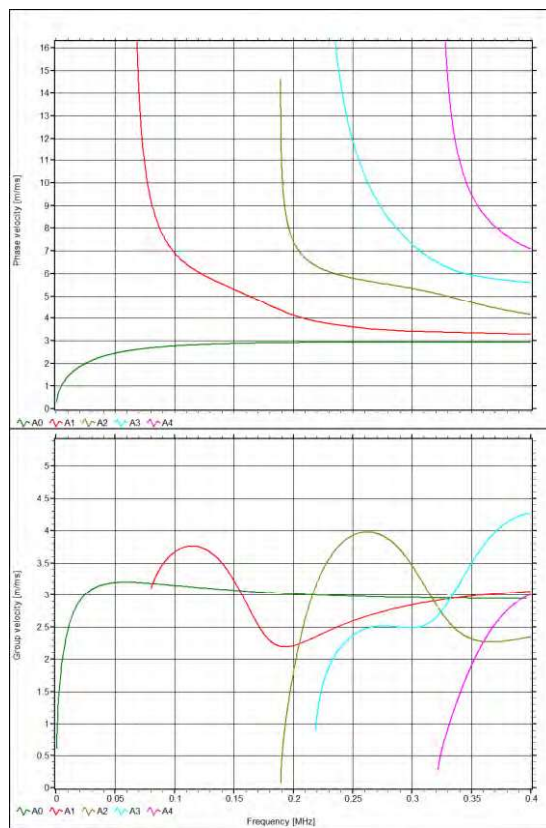
Obr. 3 Dispersní křivky symetrických módů oceli
Fig. 3 Dispersion curves of symmetrical modes of steel



Obr. 4 Dispersní křivky antisymetrických módů oceli
Fig. 4 Dispersion curves of anti-symmetrical modes of steel



Obr. 5 Dispersní křivky symetrických módů duralu
Fig. 5 Dispersion curves of symmetrical modes of dural



Obr. 6 Dispersní křivky antisymetrických módů duralu
Fig. 6 Dispersion curves anti-symmetrical modes of dural

3. Výsledky analýzy

Řešením matematických vztahů (1) až (3) a užitím hodnot potřebných vlastností materiálů daných v tab. 1 byly vypočteny průběhy dispersních křivek symetrických a antisymetrických módů Lambovy vlny v pásmu frekvencí do 400 kHz. Pro ocelový vzorek se symetrické módy Lambovy vlny řádu S1, S2, S3 a S4 začínají projevovat při frekvencích 100 kHz, 140 kHz, 260 kHz a 340 kHz (obr. 3). Antisymetrické módy řádu A1, A2, A3 a A4 se začínají projevovat při frekvencích 70 kHz, 190 kHz, 235 kHz a 330 kHz (obr. 4). Pro duralový vzorek dosahují frekvence symetrických módů řádu S1, S2, S3 a S4 hodnot 105 kHz, 140 kHz, 260 kHz a 345 kHz (obr. 5). Analogicky pak frekvence antisymetrických módů A1, A2, A3 a A4 činí 70 kHz, 190 kHz, 240 kHz a 325 kHz (obr. 6). Počáteční frekvence jednotlivých symetrických a antisymetrických módů se odečítají z průběhů dispersních křivek. Módy S0 a A0 se dle očekávání projevují od počátku pásma (obr. 3 – 6). Analýza průběhu dispersních křivek byla provedena jako teoretická příprava pozdějšího experimentálního snímání Rayleighovy povrchové vlny na výše definovaných vzorcích. K tomuto experimentu byla na základě uvedené analýzy a dalších faktorů stanovena vhodná frekvence pro buzení a následný záchyt Rayleighovy vlny. Vzhledem k deskovému tvaru vzorků materiálu bylo třeba identifikovat Rayleighovu vlnu s odlišením od případných módů Lambovy vlny.

Obr. 3 a 4 zobrazují průběhy dispersních křivek symetrických a antisymetrických módů Lambovy vlny, šířených v definovaném ocelovém vzorku, obr. 5 a 6 zobrazují průběhy dispersních křivek těchto módů Lambovy vlny, šířených v definovaném duralovém vzorku. V obr. 3 – 6 jsou fázové a grupové rychlosti šíření vlny uvedeny v jednotkách $[m \cdot ms^{-1}]$, která sice není normovaná, ale vychází z kalibrace a výstupu měřicího přístroje.

Závěr

Účelem výše provedené analýzy průběhů dispersních křivek Lambovy vlny bylo zjištění, jaké konkrétní módy se mohou v definovaném vzorku materiálu vyskytovat v pásmu frekvencí do 400 kHz. Analýza zahrnuje módy prvních pěti řádů, které jsou prakticky nejvýznamnější. Pro ocelový vzorek se symetrické módy Lambovy vlny řádu S1, S2, S3 a S4 začínají projevovat při frekvencích 100 kHz, 140 kHz, 260 kHz a 340 kHz (obr. 3). Antisymetrické módy řádu A1, A2, A3 a A4 se začínají projevovat při frekvencích 70 kHz, 190 kHz, 235 kHz a 330 kHz (obr. 4). Pro duralový vzorek činí frekvence

symetrických módů řádu S1, S2, S3 a S4 105 kHz, 140 kHz, 260 kHz a 345 kHz (obr. 5). Analogicky pak frekvence antisymetrických módů A1, A2, A3 a A4 činí 70 kHz, 190 kHz, 240 kHz a 325 kHz (obr. 6). Módy S0 a A0 se začínají projevovat již od počátku frekvenčního pásma. Nutno poznamenat, že průběhy křivek nezohledňují vliv anizotropie, heterogenity a anelasticity materiálu. V případě materiálu jiné tloušťky nebo jiných vlastností budou mít dispersní křivky odlišné rozložení. Analýza byla provedena jako teoretická příprava pozdějšího experimentálního snímání Rayleighovy povrchové vlny na výše definovaných vzorcích. Z průběhu křivek lze orientačně stanovit rychlost šíření daného módu Lambovy vlny pro příslušnou frekvenci, což umožňuje identifikaci s odlišením od jiných typů vln, v tomto případě od Rayleighovy povrchové vlny. Z hlediska odlišení módů Lambovy vlny bylo nutné s pomocí analyzovaných dispersních křivek a dalších následných faktorů stanovit vhodnou frekvenci pro buzení a následný experimentální záchyt Rayleighovy vlny. Pro identifikaci a odlišení Rayleighovy vlny je nutné, aby se k její rychlosti šíření definovanými vzorky přibližovalo co nejméně módů Lambovy vlny. Sledovaná Rayleighova vlna může být využita k nedestruktivnímu měření mechanických vlastností feromagnetických či elektricky vodivých kompozitních materiálů (např. grafitických litin). Z mechanických vlastností lze sledovat například tvrdost, mez kluzu, mez pevnosti, mez únavy, apod. Toto umožní nedestruktivně posoudit vlastnosti kompozitních materiálů po stránce matrice i disperse jako celku. K tomuto účelu probíhá vývoj nového měřicího zařízení, které kombinuje metodu magnetické skvrny a metodu akustické emise (s využitím ultrazvukové vlny). Metoda magnetické skvrny hodnotí vlastnosti materiálu po stránce matrice a metoda akustické emise hodnotí vlastnosti po stránce disperse. Na vyvíjené zařízení byl udělen užitečný vzor.

Literatura

- [1] OBRAZ, J. *Ultrazvuk v měřicí technice*. Praha: SNTL, 1984, 2. přepracované vydání.
- [2] ADÁMEK, V. *Vlnové jevy (nejen) v tělesech*. Plzeň: Západočeská univerzita, Fakulta aplikovaných věd, katedra mechaniky. Dostupný z webu: <http://www.kme.zcu.cz/download/predmety/403-adamek-umm2015.pdf>.
- [3] HORA, P. a O. ČERVENÁ. *Metody pro určení dispersních křivek Lambových vln pomocí Fourierovy transformace*. [výzkumná zpráva] Praha: Ústav termomechaniky AV ČR, 2010

hutní výroba v ČR a SR

Meziroční porovnání měsíčních a postupných hutních výrob roku 2014 a 2013									
	Výroba *)			Výroba	Index	Výroba	Index	Výroba	Index
	únor	březen	leden-březen	únor		březen		leden-březen	
	2015	2015	2015	2014	2015/14	2014	2015/14	2014	2015/14
	tis.t			tis.t	%	tis.t	%	tis.t	%
KOKS									
CELKEM	265,93	297,89	863,01	265,22	100,27	291,63	102,15	851,65	101,33
z toho (HŽ) ČR	140,14	158,15	455,82	143,63	97,57	157,28	100,56	460,49	98,99
(HŽ) SR	125,78	139,74	407,19	121,59	103,45	134,35	104,01	391,16	104,10
AGLOMERÁT									
CELKEM	759,08	845,57	2 485,73	725,93	104,57	871,28	97,05	2 374,42	104,69
z toho ČR	487,98	512,67	1 549,83	428,23	113,95	520,38	98,52	1 410,22	109,90
SR	271,10	332,90	935,90	297,70	91,06	350,90	94,87	964,20	97,06
SUROVÉ ŽELEZO									
CELKEM	629,59	700,36	2 051,93	614,87	102,39	672,31	104,17	1 966,01	104,37
z toho ČR	317,70	348,69	1 036,60	329,75	96,35	366,54	95,13	1 056,70	98,10
SR	311,89	351,67	1 015,33	285,12	109,39	305,77	115,01	909,31	111,66
SUROVÁ OCEL									
CELKEM	811,70	899,96	2 625,69	785,57	103,33	858,53	104,83	2 494,61	105,25
z toho ČR	423,60	463,95	1 375,05	433,05	97,82	477,79	97,10	1 368,26	100,50
SR	388,10	436,01	1 250,64	352,52	110,09	380,74	114,52	1 126,34	111,04
KONTISLITKY									
CELKEM	770,28	854,31	2 496,59	745,92	103,27	817,69	104,48	2 377,64	105,00
z toho ČR	383,08	419,20	1 248,65	394,34	97,15	437,88	95,73	1 254,09	99,57
SR	387,20	435,11	1 247,94	351,59	110,13	379,81	114,56	1 123,55	111,07
BLOKOVNY									
CELKEM	47,63	58,66	156,46	45,02	105,80	49,00	119,72	143,03	109,39
z toho ČR	47,63	58,66	156,46	45,02	105,80	49,00	119,72	143,03	109,39
SR	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VÁLCOVANÝ MATERIÁL									
CELKEM	758,38	851,22	2 390,76	715,49	106,00	770,19	110,52	2 269,75	105,33
z toho ČR	397,60	446,29	1 248,25	398,42	99,79	425,33	104,93	1 257,32	99,28
SR	360,79	404,93	1 142,50	317,07	113,79	344,87	117,42	1 012,43	112,85
TRUBKY									
CELKEM	63,33	71,44	201,09	62,73	100,95	65,25	109,49	189,71	106,00
z toho ČR	44,00	51,63	142,80	43,39	101,41	45,77	112,79	131,56	108,55
SR	19,33	19,82	58,29	19,34	99,93	19,48	101,71	58,15	100,23
TAŽENÁ, LOUPANÁ, BROUŠENÁ OCEL									
CELKEM= (HŽ)ČR	15,08	18,90	53,43	15,37	98,10	17,44	108,37	50,79	105,20
STUDENÁ PÁSKA KLASICKÁ									
CELKEM= (HŽ)ČR	1,28	1,32	4,20	2,60	49,17	2,78	47,66	8,21	51,16
POZNÁMKA: *) Za poslední měsíc jsou údaje předběžné									
Zpracoval: Hutnictví železa, a.s. - ing. Vala									