

Recenzované vedecké články

Výpočet neutrálneho uhla vo valcovacej medzere

Calculation of Neutral Angle in the Rolling Gap

doc. Ing. Rudolf Pernis, CSc.¹, Ing. Jozef Kasala, PhD.²

¹Sídl. SNP 1480/133, 017 01 Považská Bystrica, Slovenská republika

²Trenčianska univerzita Alexandra Dubčeka v Trenčíne, Fakulta špeciálnej techniky, Pri Parku 19, 911 06 Trenčín–Záblatie, Slovenská republika

Valcovaciu medzeru neutrálny bod rozdeľuje na dve oblasti. Od vstupu materiálu do valcov sa nachádza oblasť zaostávania. Je charakterizovaná prechodovou rýchlosťou cez valce, ktorá je nižšia ako obvodová rýchlosť otáčajúcich sa valcov. Oblasť zaostávania končí neutrálnym bodom, ktorý má prechodovú rýchlosť rovnú obvodovej rýchlosti otáčajúcich sa valcov. Neutrálny bod je určený neutrálnym uhlom. Ďalej valcovaný materiál prechádza oblasťou predbiehania, ktorá končí na výstupe materiálu z valcov. Oblasť predbiehania je charakterizovaná vyššou prechodovou rýchlosťou, ako je obvodová rýchlosť otáčania valcov. Výpočtom neutrálneho uhla sa už zaoberalo viac autorov. Pre výpočet neutrálneho uhla bolo predložených viac výpočtových rovníc. Tie jednoduchšie rovnice dávajú vypočítané hodnoty neutrálneho uhla s vyššou odchýlkou od štandardných hodnôt. Presnejšie hodnoty neutrálneho uhla dávajú zložitejšie rovnice, často v explicitnom tvare, čo sťažuje výpočet. Rovnica pre výpočet neutrálneho uhla, ktorú predkladajú autori, je založená na myšlienke ideálneho valcovania. Takéto valcovanie je charakterizované neexistujúcim trením medzi valcami a valcovaným materiálom. Matematicky je táto podmienka vyjadrená zápisom $f=0$. Do diferenciálnej rovnice valcovania podľa Kármána je dosadená táto podmienka a sú stanovené rovnice distribúcie valcovacieho tlaku pre každú oblasť valcovacej medzery, oblasť zaostávania a oblasť predbiehania. Poloha neutrálneho bodu je stanovená ako priesečník oboch kriviek. Výsledná rovnica pre výpočet neutrálneho uhla je v implicitnom tvare a umožňuje priamy výpočet neutrálneho uhla. Pre porovnanie so štandardnými hodnotami neutrálneho uhla, bola zostrojená vizualizácia pre koeficient trenia $f=0,15$. Hodnoty pre zostrojenie tohto grafu boli získané z numerickej integrácie Kármánovej diferenciálnej rovnice valcovania.

Kľúčové slová: teória valcovania; ideálne valcovanie; uhol záberu; koeficient trenia; neutrálny uhol

Neutral point divides rolling gap into two areas. Backward slip zone is on the side of entering the workpiece into the rollers. It is characterized by the cylindrical rolling speed, which is below the peripheral speed of the rotating cylinders. Backward slip zone ends neutral point having a rolling speed equal to the peripheral speed of rotating rolls. The neutral point is determined by a neutral angle. Further, the rolled workpiece passes through a forward slip zone, which ends at the exit of the workpiece from the rollers. Forward slip zone is characterized by higher rolling rate than the peripheral speed of rotation of the rollers. Calculation of neutral angle was already addressed by many authors. Many equations were proposed for calculation of the neutral angle. Simpler equations give the calculated neutral angle with greater deviation from the standard values. More accurate results of the neutral angle are obtained by complex equations, often in explicit form, making it difficult to calculate. The equation for calculating of neutral angle presented by the authors is based on the idea of an ideal rolling. Such rolling is characterized by a non-existent friction between the rollers and the rolled material. Mathematically, this condition is expressed by the equation $f=0$. This equation is substituted into the differential equation of rolling in order to determine the rolling pressure distribution equations for each area of the rolling gap, backward slip zone and forward slip zone. Position of the neutral point is defined as an intersection of the two curves. The resulting equation for calculation of neutral angle is in implicit form and allows direct calculation of neutral angle. For comparison with the standard values of the neutral angle, authors created a visualization for the friction coefficient $f=0.15$. The values for construction of this graph were obtained from the numerical integration of the differential equation.

Key words: theory of rolling; ideal rolling; gripping angle; friction coefficient; neutral angle

V príspevku sú použité označenia a symboly, ktorých význam je nasledovný:

σ_n [MPa]	– normálové tlakové napätie
$\sigma_{n,id}$ [MPa]	– ideálne normálové tlakové napätie
σ_x [MPa]	– hlavné pozdĺžne napätie (smer X)
σ_p [MPa]	– deformačný odpor
x, y [mm]	– pravouhlé súradnice
φ [rad]	– uhlová súradnica
m [–]	– konštanta diferenciálnej rovnice
f [–]	– koeficient trenia
R [mm]	– polomer valcov
l_d [mm]	– horizontálna dĺžka oblúka záberu
α [rad]	– uhol záberu
α_n [rad]	– neutrálny uhol
h_0 [mm]	– hrúbka pred vstupom do valcov
h_1 [mm]	– hrúbka po výstupe z valcov
h_n [mm]	– hrúbka vývalku v neutrálnom bode
Δh [mm]	– absolútna deformácia
ε [%]	– pomerná deformácia

Valcovacia medzera je charakterizovaná uhlom záberu. Uhol záberu je rozdelený na dve oblasti. Smerom od vstupu materiálu do valcov je prvá oblasť, ktorá je nazvaná ako oblasť zaostávania. Druhá oblasť smerom k výstupu materiálu z valcov je oblasť predstihu. Deliaci bod medzi nimi definuje neutrálny uhol. Neutrálny bod neleží obecně v strede uhla záberu. Analytické zhrnutie rôznych riešiteľov diferenciálnej rovnice valcovania uvádza Hensel a Spittel [1]. Vzorce pre výpočet neutrálneho uhla sú závislé na predpokladoch, ktoré použili riešitelia diferenciálnej rovnice valcovania. Rozhodujúcim predpokladom je matematické definovanie oblúka záberu. Porovnanie jednotlivých riešení uvádza Pernis [2]. Najjednoduchší vzorec pre výpočet neutrálneho uhla predložil Korolev [3]

$$\sin \alpha_n = \frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon} \cdot \sin \alpha.$$

Neutrálny uhol je funkciou deformácie a uhla záberu. Je to vzorec, ktorý je nezávislý od trenia. Vypočítané hodnoty sú zaťažené vysokým odklonom od reálnych hodnôt. Celikov [4, 5] predložil vzorec, ktorý umožňuje výpočet hrúbky valcovaného materiálu v neutrálnom bode

$$\frac{h_n}{h_1} = \left[\frac{1}{m+1} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + (m^2 - 1) \cdot \left(\frac{h_0}{h_1} \right)^m} \right) \right]^{1/m},$$

$$\text{kde} \quad m = f \cdot \frac{2l_d}{\Delta h}.$$

Bland a Ford [6] predložili pomerne zložitú funkciu pre priamy výpočet neutrálneho uhla

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{h_1}{R}} \cdot \operatorname{tg} \left[\frac{1}{2} \cdot \arctg \left(\sqrt{\frac{R}{h_1}} \cdot \alpha \right) - \frac{1}{4f} \cdot \sqrt{\frac{h_1}{R}} \cdot \ln \frac{h_0}{h_1} \right].$$

Neutrálny uhol je funkciou uhla záberu, koeficientu trenia, pomeru R/h_1 a pomeru h_0/h_1 . Výpočet neutrálneho uhla predkladajú tiež ďalší autori Sims [7], Avitzur [8], Geleji [9], Pernis [10]. Niektoré predložené funkčné závislosti na výpočet neutrálneho uhla sú v explicitnom tvare, čo neumožňuje priamy výpočet neutrálneho uhla [12].

Ideálne valcovanie

Napätový stav vo valcovacej medzere po prvý krát definoval Kármán [11]. Jeho rovnica dnes má ustálený tvar nasledovný

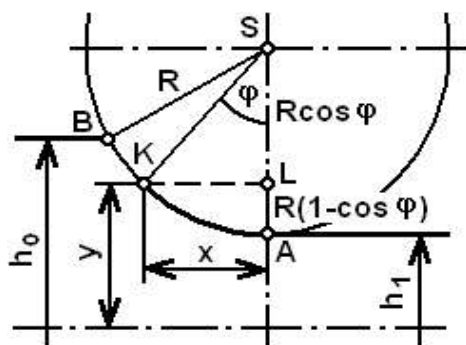
$$\frac{d\sigma_n}{dx} - \frac{\sigma_p}{y} \cdot \frac{dy}{dx} \pm \frac{f}{y} \cdot \sigma_n = 0. \quad (1)$$

Ododenie tejto diferenciálnej rovnice uvádza Pešina [13], Počta [14]. Z novších prameňov sú zdroje Hajduk a Konvičný [15], Kolerová a kol. [16], Pernis [17]. Z diferenciálnej rovnice (1) vychádzajú prakticky všetci riešitelia, ktorí chcú vypočítať parametre valcovania. Jedná sa o výpočet neutrálneho uhla, valcovacieho tlaku, valcovacej sily a krútiaceho momentu. V reálnom procese valcovania dochádza medzi valcami a valcovaným materiálom k vonkajšiemu treniu, ktoré udáva koeficient trenia. V procese prietlačného lisovania pre výpočet lisovacej sily Pernis [18] uvažuje o ideálnom procese prietlačného lisovania. Z tejto analógie vychádza predpoklad uplatniť túto úvahu na proces ideálneho valcovania. Za ideálne podmienky valcovania je považovaný stav, keď medzi valcami a valcovaným materiálom neexistuje trenie. V matematickej podobe sú to podmienky pri ktorých je $f = 0$. Túto podmienku využijeme pre riešenie diferenciálnej rovnice (1) a následné určenie neutrálneho uhla. Diferenciálna rovnica sa podstatne zjednoduší na tvar

$$d\sigma_{n,id} - \sigma_p \cdot \frac{dy}{y} = 0. \quad (2)$$

Označenie $\sigma_{n,id}$ predstavuje ideálne tlakové normálové napätie. Diferenciálnu rovnicu z pravouhlých súradníc pretransformujeme do polárnych súradníc. V pásme deformácie definujú obecný bod kružnice K súradnice $K[x; y]$ (obr. 1).

V obr. 1 platí pre obe súradnice obecného bodu K vzťahy:

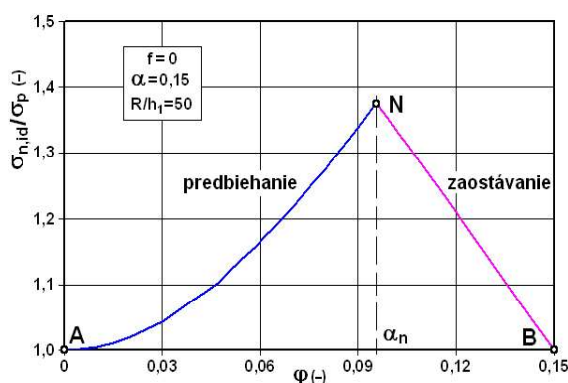


4

Rov. (19) a (20) predstavujú analytické funkcie distribúcie normálového tlakového napätia vo valcovacej medzere pre ideálny prípad valcovania.

Distribúcia normálového valcovacieho tlaku

Vizualizáciu priebehu normálového tlakového napätia podľa rov. (19) a (20) uvádza obr. 2. Bod B predstavuje vstup materiálu do valcov. Body B až N charakterizujú pásмо zaostávania. Toto pásмо sa vyznačuje menšou prechodovou rýchlosťou pohybu materiálu medzi valcami, ako je obvodová rýchlosť valcov. Body N až A charakterizujú pásмо predbiehania. Toto pásмо sa vyznačuje vyššou prechodovou rýchlosťou pohybu materiálu medzi valcami, ako je obvodová rýchlosť valcov. Bod A predstavuje výstup materiálu z valcov. Priesečník kriviek, označený ako bod N, predstavuje neutrálny bod. V tomto bode je obvodová rýchlosť valcov rovná prechodovej rýchlosti pohybu materiálu medzi valcami. V neutrálnom bode zároveň pomerný valcovací tlak (v [12] označený ako pomerné napätie) dosahuje maximálnu hodnotu. Súradnice neutrálneho bodu udáva priesečník kriviek pásma zaostávania a pásma predbiehania (bod N), viď obr. 2.



Obr. 2 Distribúcia ideálneho normálového napätia vo valcovacej medzere

Fig. 2 Distribution of ideal normal stress in the rolling gap

Neutrálny uhol

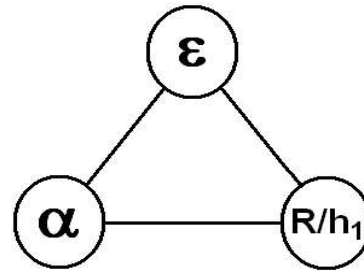
Neutrálny bod N je určený z rovnosti ideálneho normálového valcovacieho tlaku v pásme predbiehania rov. (19) a v pásme zaostávania rov. (20). Matematicky zapísané to odpovedá rovnici

$$\sigma_{N,id}(\alpha_n) = \sigma_{N,z,id}(\alpha_n). \quad (21)$$

Výsledná rovnica pre výpočet neutrálneho uhla ideálneho valcovania má tvar

$$\cos \alpha_n = m - \sqrt{(m-1) \cdot (m - \cos \alpha)}. \quad (22)$$

Po dosadení konštanty m z (rov. 7) do rov. (22) získame rovnicu pre priamy výpočet neutrálneho uhla



Obr. 3 Parametre valcovacej medzery

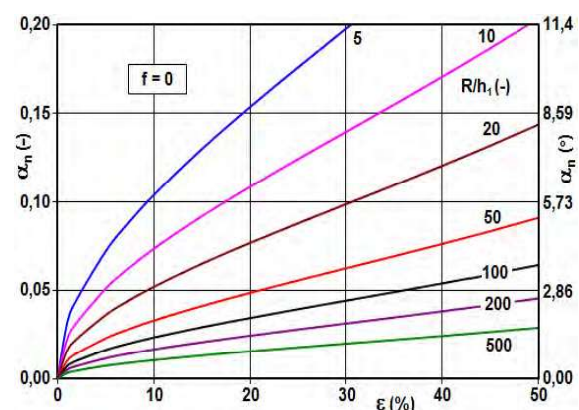
Fig. 3 Rolling gap parameters

$$\alpha_n = \arccos \left(1 + \frac{h_1}{2R} - \sqrt{\frac{h_1}{2R} \left(1 + \frac{h_1}{2R} - \cos \alpha \right)} \right) \quad (23)$$

Z tejto rovnice vidieť, že neutrálny uhol je závislý na pomere h_1/R a uhle záberu. V podstate sú to dva z troch parametrov charakterizujúcich geometriu valcovacej medzery. Tretím parametrom je stupeň deformácie. Jednota týchto troch parametrov je schematicky zobrazená na obr. 3. Tieto tri parametre sú vzájomne zastupiteľné. Hoci ktoré dva parametre postačujú na to, aby bola jednoznačne definovaná geometria valcovacej medzery. Pri známych dvoch parametroch je vypočítateľný tretí parameter. Uhol záberu vyjadrený prostredníctvom zostávajúcich dvoch parametrov, deformácia a pomer h_1/R má tvar

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\epsilon}{1-\epsilon} \cdot \frac{h_1}{2R}. \quad (24)$$

Rovnicu pre výpočet neutrálneho uhla je preto možné tiež vyjadriť ako funkciu deformácie a pomeru h_1/R

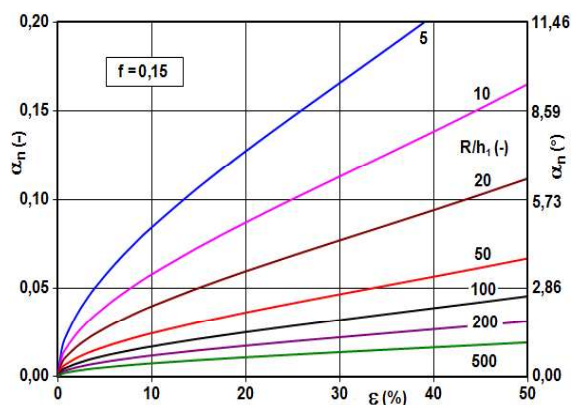


Obr. 4 Závislosť neutrálneho uhla na deformácii a pomere R/h_1

Fig. 4 Neutral angle dependence on deformation and ratio R/h_1

$$\alpha_n = \arccos \left(1 + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-\epsilon}} \right) \frac{h_1}{2R} \right). \quad (25)$$

Táto podoba výpočtovej rovnice pre neutrálny uhol umožňuje vhodnú vizualizáciu funkčnej závislosti neutrálneho uhla (obr. 4). Graf je spracovaný ako závislosť neutrálneho uhla na deformácii, pričom parametrom je pomer R/h_1 , teda recipročná veličina k parametrom uvádzaným v rov. (23) až (25). S rastom deformácie rastie tiež neutrálny uhol. Rast pomeru R/h_1 naopak znižuje hodnotu neutrálneho uhla. Verifikácia rov. (25) pre výpočet neutrálneho uhla bola uskutočnená pre koeficient trenia $f = 0,15$. Analyticko-numerickým spôsobom bola riešená diferenciálna rovnica (1), ako to uvádza Pernis a Kvačkej [19]. Vyžaduje si to určité skúsenosti z oblasti programovania a znalosti z oblasti numerickej matematiky. Vhodný je tiež výkonný počítač. Vizualizácia takto spracovaného grafu je uvedená na obr. 5. Aby bolo možné rýchlo porovnať rozdiely medzi grafmi na obr. 4 a 5, boli tieto grafy spracované za rovnakých podmienok (mierka, parameter R/h_1). Údaje uvedené v grafe na obr. 5 budeme považovať za štandard s reálnym koeficientom trenia. Vypočítané údaje neutrálneho uhla uvedené na



Obr. 5 Závislosť neutrálneho uhla na deformácii
Fig. 5 Neutral angle dependence on deformation

obr. 4 pri vysokom pomere R/h_1 sú nepatrne vyššie od štandardu. So znižovaním pomeru R/h_1 sa rozdiely neutrálneho uhla zvyšujú. Najväčšie odchýlky sa dosahujú pri najnižšom pomere R/h_1 . Dá sa zovšeobecniť, že čím nižší je skutočný koeficient trenia, tým viac sa hodnoty neutrálneho uhla približujú k štandardu. Autori teoreticky odvodenú a prakticky overenú rov. (25) považujú za jednu z najjednoduchších pre priamy výpočet neutrálneho uhla, ktorá dáva uspokojivé výsledky.

Záver

Pre výpočet neutrálneho uhla bola stanovená jednoduchá rovnica (25), ktorá umožňuje priamy výpočet neutrálneho uhla. Vstupnými premennými sú deformácia a pomer R/h_1 . Odvodenie rovnice je založené na myšlienke ideálneho valcovania, tzn. bez vonkajšieho trenia medzi valcami a valcovaným materiálom. Z porovnania vypočítaných hodnôt

neutrálneho uhla so štandardom – diferenciálna rovnica (1), je vidieť, že minimálna odchýlka je pri vysokých hodnotách pomeru R/h_1 . S klesajúcou hodnotou pomeru R/h_1 sa odchýlka vypočítaného neutrálneho uhla zvyšuje. Všeobecne platí, že čím je skutočný koeficient trenia nižší (bližiaci sa k nule), tým viac sa vypočítané hodnoty neutrálneho uhla z rov. (25) približujú štandardnej hodnote.

Literatura

- [1] HENSEL, A., SPITTEL, T.: *Kraft- und Arbeitsbedarf bildsamer Formgebungsverfahren*. Leipzig: Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1978
- [2] PERNIS, R.: Teoretický dôkaz existencie minima tvárniaceho faktoru. *Hutnické listy*, 64, (2011), 18–24, ISSN 0018-8069.
- [3] KOROLEV, A.A.: *Mechaniceskoe oborudovanie prokatnykh cehov černej i černej metalurgii*. Moskva: Metallurgija, 1976
- [4] CELIKOV, A.I.: *Teoria rasčeta usilii v prokatnykh stanach*. Moskva: Metallurgija, 1962
- [5] TSELIKOV, A.I., NIKITIN, G.S., ROKOTYAN, S.E.: *The Theory of Lengthwise Rolling*. Moscow: MIR Publishers, 1981
- [6] BLAND, D.R., FORD, H.: The Calculation of Roll Force and Torque in Cold Strip Rolling with Tension. *Proc. Inst. Mech. Engrs*, 159, (1948), 144–153
- [7] SIMS, R.B.: Calculation of Roll Force and Torque in hot Rolling Mills. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 168, (1954), 191–200
- [8] AVITZUR, B.: *Metal Forming – Processes and Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1968
- [9] GELEJI, A.: *Bildsame Formung der Metalle in Rechnung und Versuch*. Berlin: Akademie-Verlag, 1961
- [10] PERNIS, R.: The New Hypothesis of Normal Stress Distribution for Contact Arc in Rolling. *Acta Metallurgica Slovaca*, 17, (2011), 68–76
- [11] KÁRMÁN, Th.: Beitrag zur Theorie des Walzvorganges. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 5, (1925), 139–141
- [12] PERNIS, R., KASALA, J.: The theoretical calculation of rolling pressure minimum., In: *Metal 2012*, Brno, CD-ROM (2012), 2012
- [13] PEŠINA, E.: *Základy užité teorie plasticity*. Praha: SNTL, 1966
- [14] POČTA, B.: *Základy teorie tváření kovů*. Praha: SNTL, 1966
- [15] HAJDUK, M., KONVIČNÝ, J.: *Sílové podmínky při válcování oceli za tepla*. Praha: SNTL, 1983
- [16] KOLLEROVÁ, M., ŽÍDEK, M., POČTA, B., DĚDEK, V.: *Valcovanie*, 1. vyd., Bratislava: Academia/ALFA, 1991
- [17] PERNIS, R.: *Teória tvárnenia kovov*. Trenčín: TnUAD Trenčín, 2007
- [18] PERNIS, R.: *Teória a technológia výroby kališkov*. Trenčín: TnUAD Trenčín, 2009
- [19] PERNIS, R., KVAČKAJ, T.: Novel approach of stress conditions in deformation zone of lengthwise rolling. *International Journal of Mechanical Sciences*. (in printing)